丸底フラスコの共振・共鳴

下高原悠世・竹中健悟・藤井柾孝・溝畑勇也（兵庫県立三田祥雲館高等学校）

はじめに

直管における音波の共鳴については「物理」の授業で学習し、その理論については理解した。では、他の形状のもの、すなわち直管ではない形状のものでは音の共鳴にどのような関係性があるのか。直管と同じような法則が成り立つのか。または、全く違う別の法則が成り立つのか解明したいと考え、このテーマについて探究した。今回は丸底フラスコに焦点を当て実験・考察をしている。

仮説

図１のようにフラスコになったとしても、直管と同様に水面からの距離の４倍を波長として$v = f\lambda$から振動数を導くことが出来る。

実験方法

１：丸底フラスコの開口端から水面までの距離を変化させ、スピーカーから低周波発信機で音波を出し共鳴する最も低い振動数を測定する。

２：水を丸底フラスコに注いでいき開口端から水面までの距離を 1cm ごとに変化させ測定する。

３:1〜2 の操作を 5 回行い、それぞれの距離における測定値の平均を丸底フラスコの実験値とする。

４:直管の値を$v = f\lambda$からそれぞれの開口からの距離における振動数を算出し、$f - x$図を作成し比較する。なお、直管、丸底フラスコとも基本振動の振動数を用いる。

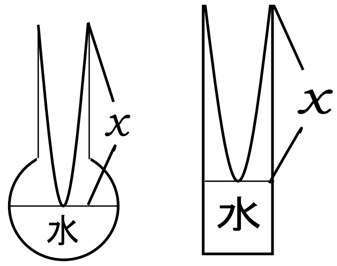

図１

結果と考察（１）

図２からわかるように、形状を変化させたとき、共鳴するときの振動数fと開口からの距離xには一切の関連性が見られず、仮説は正しくなかったことがわかる。

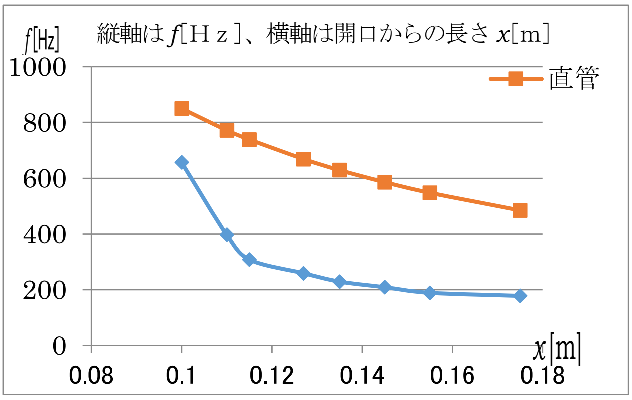

図２

ヘルムホルツ共鳴

文献調査によって、ヘルムホルツ共鳴の式がこの探究の鍵になると考えた。空びんに息を吹き込むと「ボー」という音がなることがある。このような場合、容器の中で共鳴が起きており、この場合の共鳴は特にヘルムホルツ共鳴と呼ばれる。そのときの共鳴周波数を求めてみるため、図３のような容器（ヘルムホルツ共鳴器）を考えてみる。ここでは、球状の胴体の体積を V、ネック部の断面積を s、長さを l とする。このとき、ヘルムホルツ共鳴による共鳴周波数は、以下のような式で与えられる。

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{lV}}$$

図４のようにネック部分を質量 m、空洞部分をバネと見立てると質量 m に復元力$-kx$がはたらくバネ振子と同様の運動と考えることができるので、運動方程式をたてることができ、

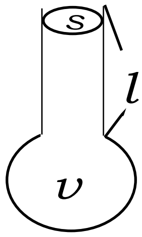

図３

ma=-k x　　$f = \frac{1}{T}$ より　　$m\omega^2 x = kx$

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\cdots ① \qquad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

mはネック部分の質量なので、空気の密度を ρ、ネックの長さを l、断面積を s とすると

$$M=\rho sl\ldots ②$$

また、体積弾性率 K 体積増加率 Δ より $K\Delta$ 圧力変化を表す。よって復元力は $K\Delta s$ と表せるので

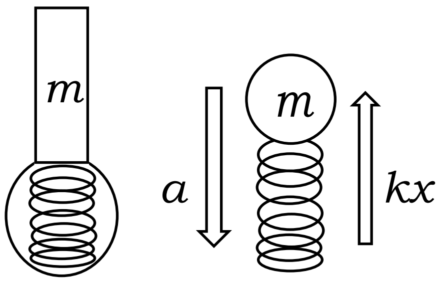

図４

$$kx=K\Delta s \qquad \Delta=\frac{x\,s}{V}\text{より} \qquad k=\frac{Ks^2}{V}\cdots ③$$

ここで①に②③を代入すると

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K\,s}{\rho\ lV}} \qquad \text{音速}c=\frac{K}{\rho}\ \text{より} \qquad f=\frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{lV}}$$

ヘルムホルツ共鳴の式と実験値を f-V 図を作成し比較する。

結果と考察（２）

データを比較すると、図 5 のようにグラフの傾向が類似していることから、丸底フラスコの共鳴はヘルムホルツ共鳴であると考えられる。しかし、各体積における振動数の差は常におよそ50Hz で理論値と実験値に差が生じている。

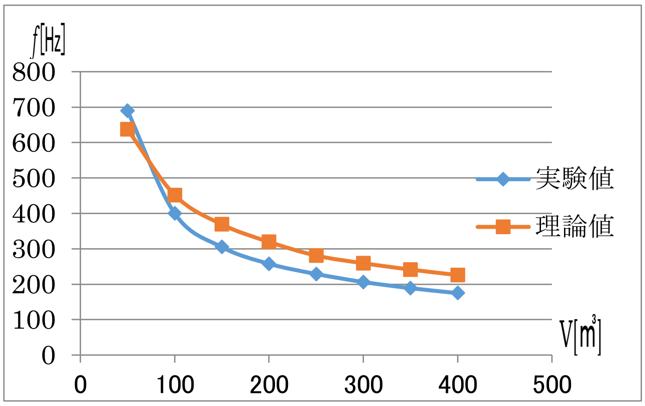

図５

結果と考察（３）

実際は、開口端補正が生じておりその分の空気は振動しているため質量 m に関係していると考えれる。よって、開口の半径を r とすると開口端補正 $r'=1.7r$ より実際のネック部分の長 l'は $l'=l+1.7r$ と表せるので振動数 f は $f=\frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{(l+1.7r)V}}$ と考えられる。この式と実験値をグラフで比較してみると、図 6 のようにほぼ一致していることがわかる。このことから、理論値と実験値の誤差は開口端補正によるものであり、開口端補正が振動数 f に関係してくるという上記の考えが確かめられた。（1）～（3）の実験を通して丸底フラスコについての共鳴の原理とその汎用性がヘルムホルツ共鳴の式を考察して確かめられた。今後は丸底フラスコ以外の形状についても調べていきたい。

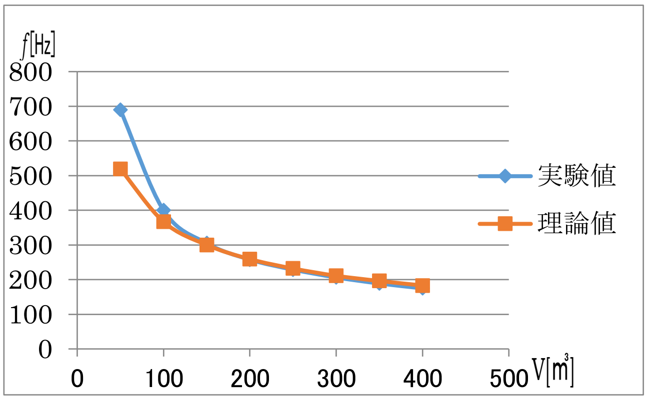

図６

参考文献：上智大学　理工学部　情報理工学科　荒井研究所（2013）
http://splab.net/APD/A700/index-j.html2020/1/31
修士学位論文「 吸音材を内部に持つヘルムホルツ共鳴器による実効音圧の低減」
首都大学東京大学院　　理工学研究科 機械工学専攻　千代 隆之介
https://tokyo-metro-u.repo.nii.ac.jp/?action=repository...
file:///C:/Users/s17215y/Downloads/T00669-001_fulltext%20(5).pdf2020/1/31